МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
«АХТЫРСКИЙ ТЕХНИКУМ ПРОФИ-АЛЬЯНС»

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

для профессий технического профиля

Составители:
Янишевской Анжелы Евгеньевны
Смирновой Натальи Анатольевны

Ахтырский
2015

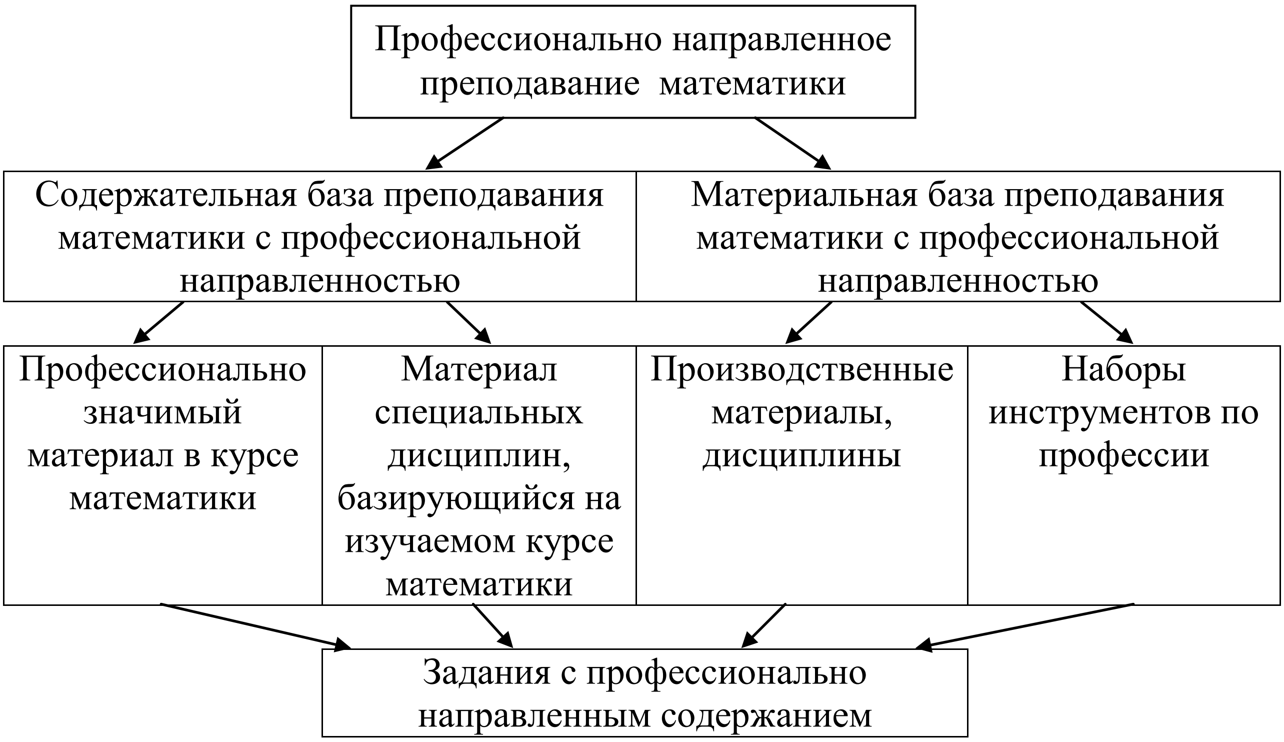
Оглавление

Введение

Перед преподавателями, нацеленными на практическую реализацию принципа профессиональной направленности общеобразовательной дисциплины, встает круг серьезных задач.Переход на новые ФГОС требует от учащихся высокого уровня самоорганизации, способности самостоятельно обучаться, и основная роль в развитии этих качеств отводится школе и преподавателям общеобразовательных дисциплин в системе НПО. Полноценное осуществление профессиональной направленности обучения возможно только при тесном сотрудничестве преподавателей математики, специальных дисциплин и мастеров производственного обучения. Им предстоит найти подходящий учебный материал и соответствующую методику для того, чтобы изучаемые в курсе математики теоремы, функциональные зависимости, формулы, правила сопровождались конкретными примерами их применения в будущей профессиональной деятельности, предлагать для решения задачи с профессиональной направленностью и в тоже время в ходе профессиональной подготовки раскрывать законы, принципы и положения в науке, лежащие в основе изучаемой техники, технологии производства и профессиональных навыков и умений.

При этом необходимо учитывать возможность взаимосвязи принципа профессиональной направленности и проблемности как условия развития способностей учащихся к техническому творчеству и самореализации.

Схематично пути реализации принципа профессиональной направленности могут быть представлены в виде таблицы.



Возможные формы работы по осуществлению профессиональной направленности обучения в учреждениях начального профессионального образования:

1) составление и решение задач с профессиональной направленностью;
2) иллюстрация математических понятий и предложений примерами, взятыми из содержания профессиональных дисциплин;
3) использование имеющихся у учащихся знаний по специальностям для изучения нового, систематизации, обобщения и повторения материалов по математике;
4) использование на уроках математики учебно-наглядных пособий, применяемых в специальных дисциплинах (таблиц, плакатов, инструментов, макетов, тренажёров и т.п.);
5) проведения лабораторно-практических работ, связанных с профессиональной деятельностью учащихся;
6) использование комплексных межпредметных заданий;
7) внеклассная работа с профессиональной направленностью.

Естественно, что для реализации принципа профессиональной направленности необходима не только содержательная база, состоящая из профессионально значимого материала, но и соответствующая материальная база. В качестве одной из частей необходимой материальной базы преподавателям могут быть полезны материалы по профессиям, являющиеся моделями геометрических тел, инструменты, принцип которых можно объяснить при помощи теорем, изучаемых на уроках геометрии, плакаты, модели и т.д. Могут быть и другие варианты создания в кабинете математики учебных средств для профессионально направленного преподавания математики.

Применяя в различных сочетаниях названные формы работы, преподаватель имеет возможность подключить к усвоению знаний и умений слух, наблюдение, осязание и все виды памяти, что в соответствии с дидактическим принципом наглядности делает восприятие особенно эффективным, обеспечивает активное усвоение учащимся учебного материала, а разнообразие форм работы активизирует познавательную деятельность учащихся, вызывает интерес к предмету. Всё это, в свою очередь, способствует более эффективному решению учебных и воспитательных задач.

Начинать нужно с выделения профессионально значимого для конкретной профессии материала в курсе математики. Для согласования времени изучения разделов, между которыми существуют межпредметные связи, целесообразно провести предварительную классификацию их по временному признаку.

В одних случаях при изучении нового материала используется уже изученный материал другой дисциплины и разделы математики, изученные в школе(так называемые ретроспективные связи).

В других случаях связываются одновременно или почти одновременно изучаемые понятия, темы, разделы разных дисциплин (так называемые сопутствующие связи).

В третьих случаях на урок математики привлекается материал другойдисциплины, который будет изучаться в последующий период обучения (так называемые перспективные связи).

Остановимся подробнее на составлении и применении различных видов заданий с профессиональной направленностью. Задания с профессиональной направленностью могут быть составлены различными способами, причем профессиональный смысл может быть заложен в самом тексте учебной задачи или показан с помощью рисунка, чертежа, схемы, инструмента и т.д.

Задания с профессиональной направленностью создаются на основе профессионально значимых знаний и умений по математике. Для применения заданий с профессиональной направленностью важно правильно выбрать их место в структуре урока. Использование таких заданий возможно на любом этапе урока, но чаще всего эти материалы применяются на этапе закрепления полученных знаний, умений и навыков.

Рассмотрим некоторые формы работы преподавателя при подготовке к уроку с учетом применения на уроке заданий с профессиональной направленностью.

В первую очередь преподавателю необходимо проанализировать учебный материал данного урока и выделить то основное, что следует повторить, чему научить учащихся: необходимо проанализировать материал с точки зрения воспитательной значимости, учитывая его профессиональный характер.

Далее определяется тип урока, приемы и методы обучения; подбирается система упражнений; выбирается форма проверки знаний учащихся; подбираются вспомогательные дидактические средства; определяется характер профессиональной значимости изучаемого материала, вид хронологической связи с содержанием профессиональных дисциплин; определяются место задания с профессиональной направленностью; подбираются соответствующие учебные средства для его выполнения; определяется местно задания с профессиональным содержанием в структуре урока математики, приемы работы с ними. Например, устные задания с профессиональной направленностью удобно использовать для создания проблемных ситуаций при формировании новых понятий, для актуализации опорных знаний; письменные задания хорошо работают на всех этапах урока; задания практического характера и задания, предлагаемые на длительный срок – на этапе применения знаний, формирования умения и навыков.

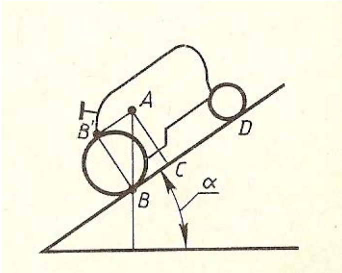
Кроме того при подборе задач для урока необходимо проводить очень тщательный отбор. Содержание задачи должно быть не формальным, а максимально приближенным к производственным заданиям. Пример: Поле засеяли свеклой. Потом увеличили длину поля на 10% и уменьшили ширину на 5%. Во сколько раз изменилась площадь поля? Такие задачи очень не удачны для урока, так как свекла здесь выступает абсолютно формально, а задача с практическим содержанием должна основываться на производственных фактах. Задачи должны быть подобранны так, чтобы их постановка привела к необходимости приобретения учащимися новых знаний по математике, а приобретенные знания позволяли решить серьезные производственные задачи.

Для удобства далее введены следующие обозначения: 2.1.2- задания для закрепления нового материала, $3.1.4^*$ - задания для более сильных учащихся, $4.1.3^0$ – задания для актуализации знаний учащихся.

1.1. Углы между прямыми и плоскостями

1.1.1 Найдите наибольший допустимый угол α наклона склона, вдоль которого может стоять,не опрокидываясь назад, заторможенный трактор МТЗ-50 (этот угол называется предельным углом подъема трактора).

Решение.



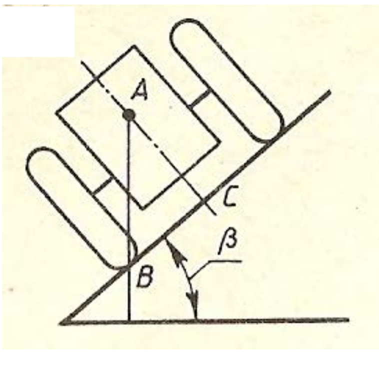
Требуется найти угол между плоскостью склона и горизонтальной плоскостью. Он равен углу между прямыми в продольном сечении склона. Из курса физики известно, что для устойчивости тела на наклонной плоскости необходимо, чтобы вертикаль, проведенная через центр масс A, не выходила за пределы опоры BD. Рассмотрим предельный случай, когда эта вертикаль AB проходит через границу опоры. Проведем AC⊥BD и рассмотрим прямоугольный треугольник ACB. Т.к. $\angle BAC = \alpha, motg\alpha = \frac{BC}{AC}$.

У трактора МТЗ-50 интересующие нас параметры таковы: AC=89см, BC=85см. Поэтому для него $tg\alpha = \frac{85}{89} = 0{,}955$, и, следовательно, предельный угол подъема $\alpha \approx 43^{o}$.

Ответ: $\alpha \approx 43^{o}$.

1.1.2Найдите наибольший допустимый угол β наклона склона, поперек которого может стоять, не опрокидываясь набок, трактор МТЗ-50 (этот угол называется углом поперечной статической устойчивости трактора).

Решение.



Рассуждая так же, как при решении предыдущей задачи, рассмотрим случай неустойчивого равновесия, когда вертикаль, проведенная через центр А масс проходит через точку В – границу опоры. Предполагая, что центр масс находится на продольной плоскости трактора (плоскость, перпендикулярная задней оси и проходящая через ее середину), получим:

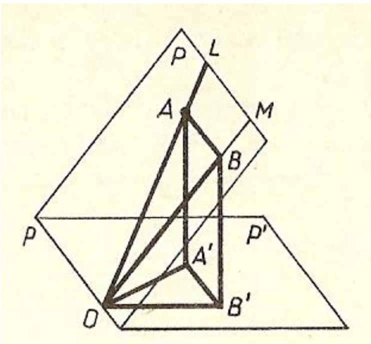
$$tg\beta = \frac{BC}{AC} = \frac{b}{2h},$$

Где h – высота центра масс, а b = 2BC – ширина колеи.

Для трактора МТЗ-80 h=89см, b=120см. Поэтому для него tgβ = 0,67, значит, β ≈ 34°.

Ответ: β ≈ 34°.

1.1.3*Углом продольного наклона* трактора называется угол между прямой – траекторией его движения – и горизонтальной плоскостью и прямой, перпендикулярной траектории движения, принадлежащей плоскости движения, называется *углом поперечного крена* трактора. Если трактор работает на горизонтальной плоскости, то оба эти угла равны нулю. Иначе дело обстоит в случае работы на склоне. Величины этих углов существенно влияют на устойчивость трактора и его эксплуатационные параметры.



а) Найдите угол продольного наклона трактора, движущегося по склону Р вдоль прямой OL, если известен $\angle\alpha$ подъема склона и ∠ β отклонения траектории OL от продольного направления OM, где OM⊥p.

Решение:

Возьмем на прямой OM произвольную точку В и проведем через нее прямую, параллельную р. Обозначим через А точку пересечения этой прямой с прямой OL. Построим проекции OA′ и OB′ отрезков OA и OB на горизонтальную плоскость Р′. Тогда по условию ∠AOB = β, ∠BOB′= α, а требуется найти γ = ∠AOA′.

Из прямоугольного треугольника AA′O имеем:

$$sin\gamma = \frac{AA'}{OA}. \qquad (1)$$

Так как BB′ = AA′,то из ΔBB′O видно, что

$$AA' = OB \cdot \sin\alpha. \qquad (2)$$

Из того же, что AB⊥OB, вытекает что

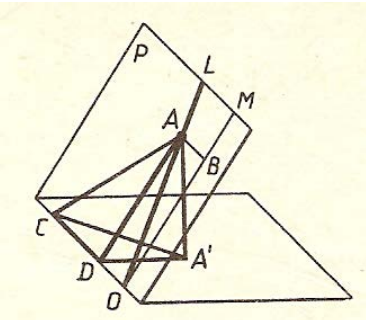
$$OA = \frac{OB}{cos\beta}. \qquad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем:

$$\sin\gamma = \sin\alpha \cdot \cos\beta.$$

Из этого соотношения и может быть найден угол γ.

б) Найдите угол поперечного крена трактора, движущегося по склону P вдоль прямой OL, если известны те же углы α и β, что и в случае а.



Решение:

ПустьAC⊥OA, AD⊥OC. Тогда требуется найти уголδ = ∠ACA′, а известно, что ∠ADA′= α и ∠BOA=β. Из ΔAA′C находим:

$$sin\ \delta = AA'/AC.$$

Рассматривая треугольники AA′D и ADC, замечаем, что

$$AA' = AD \cdot sin\alpha, AC = \frac{AD}{sinC}.$$

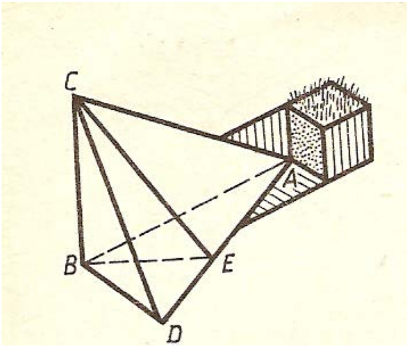
Но углы ACD и OAB равны (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами). Значит,

$$AC = \frac{AD}{\sin\beta}.$$

Подставляя найденные значения AA′ и AC в (1), получаем:

$\sin\delta = \sin\alpha \cdot sin\beta$.

1.1.4В основу конструкции плуга положен так называемый трехгранный клин, представляющий собой пирамиду, у которой все плоские углы трехгранного угла BACD прямые. Такой клин, перемещаясь в направлении BA, ребрами AC и AD вырезает пласт, а гранью ADC поднимает его, отодвигает и наклоняет.



У плуга в отличие от рассмотренного клина рабочая поверхность ADC должна быть криволинейной, чтобы подрезанный пласт не только наклонялся, но и оборачивался. При проектировании рабочей поверхности, плуга важную роль играют зависимости, существующие между различными углами клина.

Найдите величину угла γ наклона рабочей поверхности (двугранный угол AD) и угла оборачивания δ (угол BDC) трехгранного клина, у которого ∠BAC=α и ∠BAD=β.

Решение:

Рассматривая последовательно прямоугольные треугольники ABC, ABD, CBD, находим:

$$BC = AB \cdot tg\alpha, \quad BD = AB \cdot tg\beta, \quad tg\delta = \frac{BC}{BD} = \frac{tg\alpha}{tg\beta}.$$

Для определения величины двугранного угла AD построим его линейный угол. Проведем в плоскости основания пирамиды прямую BE, перпендикулярную AD. Так как BCперпендикулярнаAB и BD по условию, то BC перпендикулярна основанию. Поэтому BE – проекция прямой CE на основание, а значит, по теореме о трех перпендикулярах CE⊥AD. Из перпендикулярности прямой ADпрямымCE и BE вытекает перпендикулярность этой прямой плоскости BCE, а это означает, что ∠BEC-линейный для двугранного угла AD.

Рассматривая теперь прямоугольные треугольники ABC, BEA и CBE (необходимо выяснить, почему угол CBE прямой), находим:

BC = AB · tgα, BE = AB · sin β, tgE = $\frac{BC}{BE} = \frac{tg\alpha}{\sin\beta}$.

Найденные значения тангенсов и определяют величины искомых углов.

1.2.Дифференцирование функций

1.2.1 Переезжая с поля в бригаду, при скорости v км/ч, трактор расходует m=5v/(50-v) литров солярки в час. Найти минимальный запас солярки, позволяющей проехать 20 км.

Решение:

1) t=$\frac{S}{V}$⇨t= $\frac{20}{V}$

v(t) ϵ(0; 50), за время t получили f(v)= $\frac{20}{V} * 5\ \frac{\sqrt{V}}{50-V} = \frac{100}{V}\sqrt{\frac{V}{50-V}} = \frac{100}{\sqrt{50V-V^2}}$;

f'(v)= (100*($\sqrt{50V-V^2}$)$^{-1}$)'=$\frac{50(2V-50)}{(\sqrt{50V-V^2})^3}$

f'(v)=0 ⇨50*(2v-50)=0 v=25 ⇨v= 25км/ч

f(25)=$\frac{100}{25}\sqrt{\frac{25}{50-25}} = 4$ л.

Ответ: 4 л.

1.2.2Для расчета мелиоративных машин, а также процесса дождевания, важное значение имеют закономерности впитывания воды в почву. Известно, что толщина слоя воды, который впитывается в почву за t мин, вычисляется по формуле S(t)= $\frac{v_1 \cdot t^{1-\alpha}}{1-\alpha}$

Где v_1=4см/мин – скорость впитывания в конце первой минуты.
α- коэффициент затухания скорости, α = 0,5 для большинства почв.
Найти скорость впитывания воды в почву за t =4 мин.

Решение:

S(t) = $\frac{4 \cdot t^{0.5}}{0.5} = 8t^{0.5} = 8\sqrt{t}$

$\vartheta(t) = S'(t) = (8\sqrt{t})' = \frac{4}{\sqrt{t}}$;$\vartheta(4) = \frac{4}{\sqrt{4}}$ = 2 (см/мин)

Ответ: 2 см/мин.

1.2.3 Стоимость эксплуатации трактора, идущего со скоростью v км/ч, составляет С =(90+0,4v^2) руб/ч. С какой скоростью должен ехать трактор, чтобы стоимость 1км пути была наименьшей, если f(v) = C·t

Решение:

$t=\frac{S}{V}$ =>$t=\frac{1}{V}$, где V>0

$f(v) = \frac{1}{V}\cdot(90+0{,}4v^2)=\frac{90}{V}+0{,}4v$

$f'(v) = -\frac{90}{v^2}+0{,}4$

$-\frac{90}{v^2}+0{,}4 = 0$

$v=\pm 15$, так как $v>0$, то

$v=15$ $км/ч$.

Ответ: При скорости 15км/ч себестоимость будет наименьшей.

1.2.4 Переезжая с поля в бригаду, при скорости v км /ч, трактор расходует m=5 $\cdot\sqrt{\frac{v}{50-v}}$ литров солярки в час. Найти минимальный запас солярки, позволяющий проехать 20 км.

Решение:

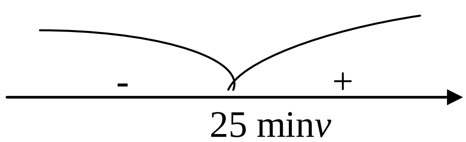
1) $t = \frac{s}{v}$ =>$t = \frac{20}{v}$ где $v(t)\epsilon(0:50)$

За время t получим f(v)=m·t

$f(v) = \frac{20}{v}\cdot 5\cdot\sqrt{\frac{v}{50-v}}=\frac{100}{v}\cdot\sqrt{\frac{v}{50-v}}=\frac{100}{\sqrt{50v-v^2}}$

$f'(v)=((100\cdot(\sqrt{50v-v^2})^{-1})'=\frac{50(2v-50)}{\sqrt{50v-v^2}^2}\cdot\frac{1}{\sqrt{50v-v^2}}$

$f'(v)=0$ => $50(2v-50)=0$ $v=25$



v= 25km/ч ; f (25)=$\frac{100}{25}\cdot\frac{\sqrt{25}}{50-25}$= 4л.

Ответ: 4 л.

1.3.Интегрирование функций

Вычисление пути, пройденного точкой.

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении попрямой с переменной скоростью $\nu = f(t) > 0$ *запромежутоквремениот*t_1*до*t_2 *вычисляется по формуле*

$$S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt \qquad (1)$$

1.3.1 Скорость движения точки изменяется по закону $\upsilon = (6t^2 + 4$м/с. Найти путь, пройденный точкой за 5с от начала движения.

Решение:

Согласно условию$f(t) = 6t^2 + 4, \ t_1 = 0, \ t_2 = 5$. По формуле (1)
S=$\int_0^5 (6t^2 + 4)dt = 2t^3 + 4t\,|_0^5 = 250 + 20 = 270(м)$.

Ответ: 270 м.

1.3.2 Скорость движения точки выражается формулой $\nu = (2t + 8t^{-2})\frac{м}{с}$.Найти путь, пройденный точкой за 2-ю секунду.

Решение:

S=$\int_1^2 (2t + 8t^{-2})\,dt = (t^2$-$\frac{8}{t}$ $)|_1^2$=(4-4)-(1-8) =7 (м).

Ответ: 7м.

1.3.3 Скорость движения точки изменяется по закону $\nu = (18\,t - 3t^2)$ м/с.Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.

Решение:

Скорость точки равна нулю в момент остановки.Выясним в какой момент точка остановится, для этого решим уравнение 18 t - 3$t^2 = 0$

$$t_1 = 0, t_2 = 6$$

Теперь по формуле (1) находим:

$s = \int_0^6 (18\,t - 3t^2)dt = (9t^2 - t^3)|_0^6$ =324-216=108 (м)

Ответ: 108 м.

1.3.4Два тела начали двигаться по прямой, одновременно из одной точки в одном направлении. Первое тело движется со скоростью
v = (6t^2+10) м/с, второе – со скоростью v = $3t^2$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 10 с.

Решение:

Искомая величина есть разность расстояний, пройденных телами за 10с.

$S_1 = \int_0^{10}(6t^2 + 10)dt = (2t^3 + 10\,t)|_0^{10} = 2 \cdot 10^3 + 10^2$=2100 (м)

$S_2 = \int_0^{10} 3t^2\,dt = t^3|_0^{10} = 10^3 = 1000$ (*м*)

$S = S_1 - S_2$

$S = 2100 - 1000 = 1100$ (*м*)

Ответ: 1100 м.

1.3.5Для расчета мелиоративных машин, а также процесса дождевания важное значение имеют закономерности впитывания воды в почву. Скорость впитывания воды в почву (первые 2-3 часа) изменяется по закону: $v(t) = \frac{v_1}{t^\alpha}$.Где v – скорость впитывания в конце первой минуты (см/мин); α – коэффициент затухания скорости, зависящей от свойств почв для большинства почв 0,3<α<0,8. Определите толщину слоя воды S, который впитывается в почву за t минут.

Решить для v_1= 1 см/мин,α=0,5,T=4мин.

Решение:

$$S\,(T)=\int_0^T \frac{v_1}{t^\alpha}dt = v_1 \int_0^T t^{-\alpha}dt = \frac{v_1 t^{1-\alpha}}{1-\alpha}\Big|_0^T = \frac{v_1 T}{(1-\alpha)T^\alpha}$$

$$S\,(4) = \frac{4}{(1-0.5)\cdot\sqrt{4}} = \frac{4}{\frac{1}{2}\cdot 2} = 4 \text{ (см)}$$

Ответ: 4 см.

1.3.6* Решить в общем виде.

При вращении высевающей катушки зерновой сеялки возникает поток семян, состоящий из семян, попавших в желобки катушки, и семян, располагающихся между катушкой и дном коробки. Скорость движения семян в активном слое непостоянна по толщине слоя. Она измеряется по закону: $\overline{V}(x) = V_0(1 - \frac{x}{c})^k$

Где: V_0 – линейная скорость края катушки

c – ширина активного строя

k – константа, зависящая от высеваемой культуры для пшеницы k= 2,6, для льна k= 1,7.

При конструировании сеялки необходимо рассчитывать массу семян, выбрасываемых не только из желобков катушки, но и из активного слоя по формуле: $m = \rho l V_0 \int_0^c (1 - \frac{x}{c})^k dx$

Где: ρ – удельный вес семян, l – длина катушки. Определить массу? Решение:

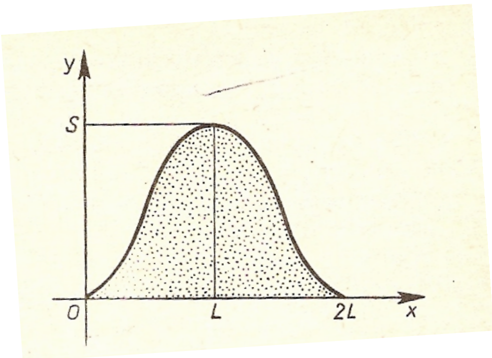
Найдем $\int_0^c \left(1 - \frac{x}{c}\right)^k dx = -\frac{c}{k+1}\left(1 - \frac{x}{c}\right)^{k+1} |_0^c =$

$$-\left(\frac{c}{k+1}(1-1)^{K+1} - \frac{c}{k+1}(1-0)^{K+1}\right) = -\left(0 - \frac{c}{k+1}\right) = \frac{c}{k+1}$$

$$m = \frac{\rho l c V_0}{k+1}$$

Ответ: $m = \frac{\rho l c V_0}{k+1}$

1.3.7 Нож (коса) сенокосилки совершает возвратно – поступательное движение, приходя туда и обратно некоторое расстояние S, называемое ходом ножа. За это время сама косилка передвигается на некоторое расстояние 2L (величина L называется подачей), и один сегмент (зуб) ножа скашивает траву с участка поля, изображенного на рисунке. Площадь F этого участка называется площадью подачи косилки.



Найдите F, если известно, что уравнение верхней границы участка имеет вид $y = \frac{S}{2}(1 - \cos\frac{\pi x}{L})$. При L = 100 мм, S = 76,2 мм.

Решение:

$$F = \frac{S}{2}\int_0^{2L} (1 - \cos\frac{\pi x}{2})\, dx = LS$$

Т. к. $\int_0^{2L}(1 - \cos\frac{\pi x}{2})\, dx = \left(x - \frac{L}{n}\sin\frac{\pi x}{2}\right)|_0^{2L} = 2L - \frac{L}{n}\sin\frac{2Ln}{2} - 0 + \frac{L}{n}\sin 0 = 2L - \frac{L}{n}\cdot 0 + 0 = 2L$

F $= \frac{S}{2} \cdot 2L = LS$

F=100·76,2=7620мм.

Ответ: 7620мм.

Вычисление работы и давления.

Работа переменной силы X=f(x), действующей *в направлении оси Ox на отрезке* $[x_0, x_1]$ *, вычисляется по формуле.*

$$A=\int_{x0}^{x1} f\,(x)dx.$$

Для вычисления силы давления жидкости используют закон Паскаля, согласно которому давление жидкости на площадку равно её площади S, умноженной на глубину погружения h *, на плотность p и ускорение силы тяжести* g *, т.е.*

P=pghS

1.3.8Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 4см, если известно, что от нагрузки в 1 Н она растягивается на 1 см?

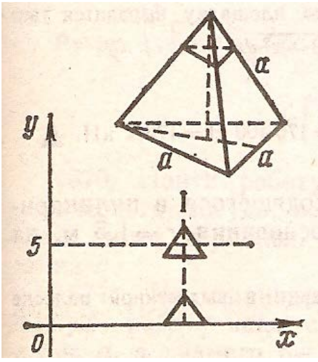
Решение:

Согласно закону Гука, сила ХН , растягивающая пружину на x м, равна X=kx. Коэффициент пропорциональности k найдём из условия: если x=0,01 м, то x=1 Н; следовательно, k=1/0,01 =100 и X=100x. Тогда

$$A=\int_0^{0.04} 100xdx = 50x^2 \,|_0^{0,04} = 0{,}08 \text{ Дж}.$$

Ответ: 0,08 Дж.

1.3.9 * С помощью подъемного крана извлекают железобетонную надолбу со дна реки глубиной 5 м, какая работа при этом совершается, если надолба имеет форму правильного тетраэдра с ребром 1 м? Плотность железобетона 2500 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 .



Решение:

Высота тетраэдра h=$\frac{\sqrt{6}}{3}$м, объем тетраэдра V=$\frac{\sqrt{2}}{12}$ м^3. Вес надолбы в воде с учетом действия архимедовой силы равен.

P= (1/12)· $\sqrt{2}$·2500· 9,8 – (1/12) $\cdot \sqrt{2} \cdot 1000 \cdot\ 9{,}8 = 1225\,\sqrt{2}(H)$

Поэтому работа при извлечении надолбы до момента появления на поверхности воды её вершины составляет

A_0 =1225$\sqrt{2}(5-\text{h}) = 1225\sqrt{2}(5-\sqrt{6}/3)$≈7227,5(Дж)

Теперь найдем работуA_1при извлечении надолбы из воды. Пусть вершина тетраэдра вышла на высоту 5+y; тогда объем малого тетраэдра, вышедшего из воды, равен 3· $\sqrt{3}\ \cdot y^3/8$,а вес тетраэдра

P(y) =$\frac{2500\cdot 9{,}8}{12}\sqrt{2}-\left(\frac{1}{12}\sqrt{2}-\frac{1}{8}y^3 3\sqrt{3}\right)\cdot 1000\cdot 9{,}8$

Следовательно,

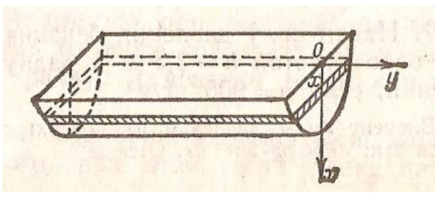
$$A_1 = \int_0^h (\frac{24500}{12}\sqrt{2}-\frac{9800}{12}\sqrt{2}+\frac{9800}{8}3y^3\sqrt{8}\,)dy =$$

$$\int_0^{\sqrt{6}/3}(1225\sqrt{2}+3675\sqrt{3}y^3)dy = [1225\sqrt{2}y+\frac{3675}{4}\sqrt{3}\cdot \text{y}^4]_0^{\sqrt{6}/3} \approx 2082{,}5 \text{ (Дж)}$$

Отсюда A=A_0+A_1 = 7227,5 Дж + 2082,5 Дж = 9310 Дж = 9,31 кДж.

Ответ:9,31 кДж.

1.3.10Найти работу, совершенную при выкачивании воды из корыта, имеющего форму полуцилиндра, длина которого a, радиус r.



Решение:

Объем элементарного слоя воды, находящегося на глубине x и имеющего длину a, ширину m= $2\sqrt{r^2 - x^2}$итолщинуdx, равен

$dV = am\,dx$ = 2a $\sqrt{r^2 - x^2}dx$.

Элементарная работа, совершаемая при поднятии этого слоя воды, на высоту x равна $dA = 2pgax\sqrt{r^2 - x^2}$ где p-плотность воды. Следовательно,

A=2pga$\int_0^r x\sqrt{r^2 - x^2}dx$= -pga[$\frac{2}{3}(r^2 - x^2)^{3/2}]_0^r = \frac{2}{3}pgar^3$

Ответ: $\frac{2}{3}pgar^3$.

1.3.11* Водопроводная труба имеет диаметр 6 см; один конец её соединен с баком, в котором уровень воды на 1 м выше верхнего края трубы, а другой закрыт заслонкой. Найти силу давления на заслонку.

Решение:

Заслонка представляет собой круг радиуса 0,03 м. Разобьем площадь этого круга на элементы – полоски, параллельные поверхности воды. Площадь одного такого элемента, находящегося на расстоянии y от центра, равна (с точностью до бесконечно малых высшего порядка) dS=$2\sqrt{9 - y^2}dy$. Найдем силу давления, испытуемою этим элементом:

dP=2pg (1,03-y)$\sqrt{9 - y^2}dy =$ 19600 (1, 03-y) $\sqrt{9 - y^2}dy$

(здесь p =1000кг/м^3). Следовательно,

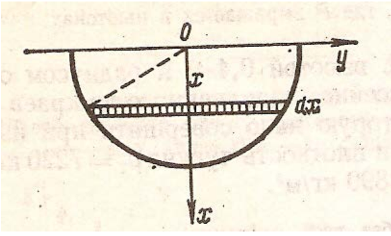
P=19600$\int_{-3}^{3}(1{,}03 - y)\cdot\sqrt{9 - y^2}dy = 19600[1{,}03(\frac{y}{2}\sqrt{9 - y^2} + \frac{9}{2}arcsin\frac{y}{3}) +$

$+\frac{1}{3}(9 - y^2)^{\frac{3}{2}}]_{-3}^{3}$=9800·9,27$\pi \approx 0{,}09\pi$Н.

Ответ: $0{,}09\pi$Н.

1.3.12Найти силу давления воды на вертикальную стенку в форме полукруга, диаметр которого 6м и находиться на поверхности воды. Плотность воды p=1000кг/м^3.

Решение:



Дифференциал силы давления на элементарную площадку выразиться так: dP=$2pgx\sqrt{9-x^2}dx$=$19600x\sqrt{9-x^2}dx$

Отсюда

P=19600$\int_0^3 x\sqrt{9-x^2}dx = -\frac{19600}{3}(9-x^2)^{3/2}|_0^3$= 176400 Н =176,4 кН

Ответ: 176,4 кН.

1.3.13Найти силу давления бензина, находящегося в цилиндрическом баке высотой h=3,5м и радиусом основания r=1,5м, на его стенки, если p=900кг/м^3.

Решение:

Элемент силы давления на поверхность стенки в выделенной полоске выразиться так: dP=pg·$2\pi rxdx$. Отсюда

P=$2\pi rpg\int_0^h x\,dx = \pi pgrh^2 = 9{,}8\pi \cdot 1{,}5 \cdot 3{,}5^2 \cdot 900$

$H = 161700\pi$

$H = 161{,}7\pi kH.$

Ответ: $161{,}7\pi kH.$

1.4.Вычисления с помощью логарифмов

1.4.1. При расчете зерноочистительных машин важную роль играет так называемый приведенный размер зерна d = $\sqrt[3]{\boldsymbol{adl}}$, где $\boldsymbol{a}$ – толщина зерна, $\boldsymbol{d}$-ширина , $\boldsymbol{l}$ –длинна (в мм.). Для семян зерновых хлебных культур $1<\boldsymbol{a}<4{,}5$; $1{,}4<\boldsymbol{d}<4$; $4<\boldsymbol{l}<18{,}6$найдите возможные границы изменения величины d.

1.4.2. Площадь орошаемых земель в период с 1988 по 2008 год должна возрасти с 17 до 30 млм.га. При каком ежегодном приросте площадей можно достичь указанного уровня?

Решение:

Имеем уравнение 17 q^{20} =30; отсюда следует, что q=1,029. Искомый прирост 2, 9%

1.4.3. В открытых водохранилищах возможная высота волны (в м) определяется по формуле h=0,0208 $v^{\frac{5}{4}}\ell^{\frac{1}{3}}$, где$v-$ скоростьветра ,

$$\ell - \text{длинаразгонаволны. Найдитевысотуволныпри} v = 12\frac{\text{м}}{\text{с}} \text{и} \ell = 5 \text{ км.}$$

Ответ:h=0,8 м.

1.5. Степень с рациональным показателем

1.5.1. При посеве семена скатываются на дно бороздок, образованных в почве сошниками. Осыпающаяся после прохода сошника со стенок борозды земля покрывает семена рыхлым слоем. Толщина этого слоя в сухой песчаной почве может быть определена по формуле (размеры в мм)

$y=h - 7{,}2\cdot x^{0{,}4}$, гдеh-глубина бороздки , x- расстояние между стенками сошника.Определите глубину заделки семян при h=70мм ,x=32 мм.

1.5.2Количество воды (в $м^3$),протекающее за 1 с через поперечное сечение небольшого оросительного канала (расход воды), часто определяют с помощью водослива по формуле $Q=1{,}4h^{2.5}$, где h-высота слоя воды (в м) перед водосливом (напор воды).Найдите расход воды,если напор воды h=0,64 м .

Замечание: Водослив – поперечная перегородка с отверстием специальной формы.

Ответ. $Q=0,46\ м^3$.

1.5.3В результате фильтрации в грунт количество воды, протекающее в 1 с через поперечное сечение канала (расход канала), постепенно уменьшается. Если в данном месте канала расход Q $м^3$, то в километре от этого места (по течению) он будет меньше на t%, где t (в случае суглинистого грунта) ориентировочно находят по формуле $t=1,9Q^{-0.4}$.Найдите расход канала в километре от того места, где расход Q=32 $м^3$.

Ответ: 31,8 $м^3$.

Для иллюстрации обратной пропорциональной зависимости целесообразно предложить среди других такую задачу прикладного характера:

1.5.4Выясните вид зависимости расстояния между пунктами заправки сеялки семенами и нормой высева.

Решение: Расстояние L между пунктами заправки сеялки определяется по формуле

$L=\frac{10^4V}{nb}$ м,

Где V-ёмкость ящика сеялки, кг; n-норма высева семян, кг на г; b- ширина захвата сеялки, м.

Учитывая, что V и b-постоянные величины, следовательно зависимость между L и n –обратно пропорциональная.

1.5.5 Число поворотов тракторного агрегата при круговом движении определяется формулой:

$$4n=\frac{2}{b}\sqrt{\frac{s}{f}} \qquad (1)$$

Где b - ширина рабочего захвата агрегата, м; S - величина обрабатываемой площади, $м^2$; f - коэффициент формы загона прямоугольной формы, определяемой формулой $f=\frac{l}{c}$, где L - длина загона, а с-его ширина.

Определите, моделью какой функции является зависимость, выраженная формулой.

Решение:

Так как площадь данного загона постоянна, постоянным является и значение рабочего захвата агрегата, то $\frac{2}{b}\sqrt{s}$=const. Пусть $\frac{2}{b}\sqrt{s}$=y. Тогда $4n=\frac{y}{\sqrt{f}}$ (число поворотов обозначается через 4n , потому что, совершив один круг, агрегат делает четыре поворота). Таким образом, число поворотов является функцией коэффициента формы поля. Зависимость, выраженная формулой (1) -степенная функция. В этом случае $m=-\frac{1}{2}$.

1.5.6 Выведите формулу зависимости длины пути, пройденного комбайном до наполнения бункера зерном, от урожайности убираемой культуры.

Решение:

Пусть длина пути пройденного комбайном до наполнения бункера зерном, l м, а ширина рабочего захвата жатки комбайна b м. Допуская, что сжатая полоса хлебного поля имеет прямоугольную форму, можно заключить, что бункер комбайна наполнится зерном, намолоченным с сельскохозяйственной культуры , убранной с площади lb м^2. Так как на практике эта площадь измеряется в га, можно заключить, что S=$\frac{1}{10^4}lb$. Если бункер вмещает V ц зерна, а урожайность убираемой культуры составляет h ц/га, то для наполнения бункера зерном необходимо данную культуру убрать с площади S=$\frac{V}{h}$га .

Как видим, речь идёт об одной и той же площади. Поэтому $\frac{1}{10^4}lb = \frac{V}{h}$

Откуда $l = \frac{10^4 V}{hb}$.

Найдя по таблице технической характеристике комбайна значения V и b, можно в зависимости от конкретной урожайности зерновых hвычислить значения l.

Представляет интерес задание выяснить вид зависимости L от h, выраженной формулой. Так как значения b и V для каждого комбайна имеют (по таблице технической характеристике комбайна) постоянные значения, то можно принять $\frac{10^4 V}{b}$=const=k и, значит , $l = \frac{k}{h}$. Это позволяет сделать вывод, что зависимость длины пути, пройденного комбайном до наполнения бункера зерном, от урожайности убираемой сельскохозяйственной культуры обратно пропорциональная.

Технические характеристики комбайнов.

Названия технических характеристик	Комбайн для прямого комбайнирования		
	СКД-6 <Сибиряк>	СК-5 <Нива >	СК-6П <Колос>
Ширина захвата, м	4,1; 5,0;	3,2; 4,1;	4,1; 5,0;
	6,0;7,0	5,0; 6,0;	6,0
Ширина молотилки, мм	1200	7,0	;7,0
Диаметр барабана,	550	1200	1500
Пропускная способность		600	600
молотилки			
при отношении зерна к	5,5-6,5		
соломе 1: 1,5	4,5	5,0-6,0	6,0-8,0
кг/с	9,0	3,0	3,0
Вместимость бункера,$м^3$	90	9,0	11,0
Вместимость копнителя,$м^3$		74	110
Мощность двигателя, кВт	3,5-4,5		
Производительность при	До 10,0	2,8-3,0	3,5-4,5
урожайности зерна 25 ц/га,	До 18,7	7,2	8,5
га/ч		До 18,7	До 9,6
Производительность, км/ч			
Скорость движения, км/ч			

1.6. Уравнения. Неравенства

1.6.1Сколько тракторов ДТ-75 необходимо выделить для вспашки на глубину 24 см земли площадью 1800 га не более чем за 12 рабочих дней? Пахота производится пятикорпусными плугами ПЛН-5-35.

Решение:

Задача сводится к сравнению объёмов работ, которые должны и могут выполнить тракторы. Для того чтобы вычислить работу, которую в состоянии выполнить один трактор, необходимо знать мощность двигателя трактора и время, в течение которого трактор работает. Для вычисления работы, которую тракторы должны выполнить, необходимо знать величину обрабатываемой площади, ширину рабочего захвата агрегата, глубину вспашки и удельное сопротивление почвы.

По таблице технической характеристики тракторов найдём мощность N трактора ДТ-75. Она составляет 55,4 кВт или 75 л.с. По таблице технической характеристики плугов ширина рабочего захвата плуга ПЛН -5-35 В=0,35*5=1,75 м. Определив вид обрабатываемой почвы, находим её удельное сопротивление. Примем f = 0.9 кгс /см^2. Пусть продолжительность работы тракторов в сутки при двухсменной работе t= 15ч.

Далее следует конкретизировать формулировку задачи: «Сколько тракторов ДТ-75, мощность каждого из которых 75 л.с. (мощность, затрачиваемую на движение самого трактора, не учитываем), необходимо выделить для того, чтобы вспахать на глубину 24 см 1800га земли в срок, не превышающий 12 рабочих дней по 15 ч ежедневно, если вспашка проводится пятикорпусными плугами ПЛН-5-35, ширина захвата каждого из которых 1,75м? Удельное сопротивление почвы 0,9 кгс/см^2».

Решению задачи следует предварить повторение темы «Работа и мощность » из курса физики.

Решение: Один трактор за t с в состоянии выполнить работу $A_1=75Nt$, кгс*м, где N = 75 л.с, а x тракторов – работу $A = A_1 x$, кгс*м.

Для вспашки земли площадью S га тракторы должны выполнить работу $A_2 = 10^4 * S$ м^2 * $10^4 f \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2}$ *dм = $10^8\, Sfd$, кгс*м (f =0,9; d = 0,24; S =1800)

По условию задачи $A_1 \geq A_2$. Отсюда $75Ntx \geq 10^8\, Sfd$;

$75*75*12*15*3600\, x \geq 10^8 *1800* 0{,}9 * 0{,}24$; $x \geq 10{,}67$.

Таким образом, для выполнения заданного объёма работы в установленный срок необходимо выделить 11 тракторов.

Ответ: 11 тракторов.

1.6.2 Трактор ДТ-54 расходует в сутки при двухсменной работе на 1,5 кг автола больше , чем трактор «Беларусь». Определите среднесрочный расход автола каждым трактором, если ДТ-54 израсходовал 94 кг автола, а трактор «Беларусь», проработав на двое суток больше, 75 кг.

Решение.

Обозначив через х кг суточный расход автола трактором «Беларусь», получим уравнение

$\frac{75}{x} - \frac{94}{x+1{,}5} = 0.$

Выполнив тождественные преобразования, приводим его к виду

$$\frac{2x^2 + 22x - 112{,}5}{x(x+1{,}5)} = 0.$$

Используя условие равенства дроби к нулю, заключаем, что сравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 2x^2 + 22x - 112{,}5 = 0, \\ x(x + 1{,}5) \neq 0. \end{cases}.$$

Решение полученной системы требует умения решить квадратное уравнение.

1.6.3 Определите, на какой скорости может работать комбайн при данной урожайности убираемой культуры и его часовую производительность. Выясните, как влияют соломистость хлебной массы и урожайность на скорость движения комбайна. Вычислите среднюю урожайность зерна с одного участка.

Решение:

Обозначим урожайность убираемой культуры через h Ц/га. Введем понятие её соломиностиγкак отношения массы соломы и массе зерна. Тогда комбайн переработает с каждого гектара хлебной массы m

m = h (1+y), ц.
Пусть часовая производительность комбайна w, тогда
w =0,1bv, га/ч,
где b - ширина захвата жатки комбина, м;
v - рабочая скорость комбайна, км/ч.
Комбайн перерабатывает за один час хлебную массу
$m_1 = mw = 0{,}1h(1 + \gamma)b$v

Для проведения уборки без потерь хлебной масса, перерабатываемая за час, не должна превышать пропускной способности комбайна f, ц/ч: $m_1 \leq f$. .
Если комбайн будет загружен на полную пропускную способность, то
$m_1 = f$ $или$ $0{,}1h(1 + \gamma)bv = f$. Отсюда

v= $\frac{f}{0{,}1h(1+\gamma)b}$.

Пусть, например, пшеница, выращенная на закрепленном за ученической производственной бригадой массиве, убирается комбайном СК-5 «Нива». Ширина захвата жатки комбайна установлена в 5,0 м. Пропускная способность молотилки этого комбайна при влажности хлебной массы 18-20% составляет при соломистости 1:1,5 5,0-6,0 кг/с или 180-216 ц/ч. При средней урожайности на участие в 18 ц/га.

v= $\frac{180}{0{,}1*18\left(1+\frac{1}{1{,}5}\right)0{,}5} = \frac{180*1{,}5}{0{,}1*18*2{,}5*5{,}0} = 12, \frac{км}{ч}$.

При пропускной способности молотилки в 216 ц/ч
скорость составит 14,4 км/ч.
Сведения отехнической характеристики комбайна «Колос» можно получить из таблицы. Найденная скорость комбайна, не превосходит указанную в табл. Часовая производительность комбайна вычисляется по формуле. В нашем случае она составляет $w. = 0{,}1 * 5{,}0 * 8 = 6\ га/ч.$
Найденная производительность превосходит указанную в таблице.Это объясняется тем, что приведенная в таблице производительность рассчитана при существенно большей урожайности (25 ц/га), а чем больше урожайность, тем меньше площадь, с которой получим одну и ту же массу зерна. Кроме того, чем больше урожайность и соломистость, тем меньше скорость движения комбайна. Такой вывод непосредственно следует из анализа формулы для v.
Действительно, при h=25 ц/га, b=6 м и той же соломистости

$\mathrm{v} = \frac{180*1{,}5}{0{,}1*25*6{,}0*2{,}5} = 7{,}2\ км/ч$,а ω $=0{,}1* 6{,}* 7{,}2 = 4{,}3\ га/ч$
Ответ: $4{,}3\ га/ч$.

1.7. Задания для актуализации знаний учащихся

1.7.1 До просушки влажность зерна составляла 23 % , а после просушки оказалась равной 12 % . На сколько процентов уменьшилась масса зерна после просушки?
Решение. Пусть первоначальная масса зерна х кг. Тогда сухого вещества в ней 0,77 х кг. Масса сухого вещества после просушки не меняется, уменьшается лишь масса воды. Масса сухого вещества после просушки составляет 0.88 массы высушенного зерна. Тогда масса высушенного составит 0,77х : 0,88= 0,875х кг. Таким образом, в результате просушки масса зерна уменьшится на х – 0,875х кг =0.125х кг, или на 12,5%.

1.7.2Выведите формулу, с помощью которой вычисляется масса семян пшеницы для высева на пришкольном участке. Выясните, какая функция выражается выведенной формулой. Вычислите, сколько семян потребуется для высева на делянках площадью 10м^2;40 м^2; 0,3 га.
Решение:
Предположим, что норма высева пшеницы составляет примерно 170 кг на 1га.Так как площади делянок на пришкольном участке измеряются, как

правило, в квадратных метрах,то на один метр надо посеять $\frac{170}{10000}$кг семян. Если площадь делянки S $м^2$, то масса семян m =$\frac{170*S}{10000}$кг.

Масса семян зависит от величины площади делянок. Функция, выраженная данной формулой - прямая пропорциональность. При S=10 , m=0,17; при S=40 m=0,68; при S=3000 m=51.

Необходимо указать учащимся, что в связи с тем, что площади земельных участков измеряются в га , тогда данная формула упрощается и принимает вид m=170*S.

1.7.3 Составьте формулу для вычисления расхода горючего трактором МТЗ-80 при боронования поля, если на боронование 1га расходуется 1,3 кг горючего. Заполните таблицу:

Площадь, га	3	25	43			
Расход горючего, кг				1	15	20.2

Решение: Расход горючего трактором МТЗ-80 m вычисляется по формуле m=1,3S кг,

Где S-величина обрабатываемой площади, га.

Ответ на первые три вопроса таблицы, как правило, затруднений не вызывает. Чтобы ответить на остальные вопросы,нужно предварительно из формулы выразить S через m :S =$\frac{m}{1.3}$.

Такие преобразования приходится часто выполнять не только на уроках математики, но и в связи с изучением физики и других учебных дисциплин. Между тем эти преобразования нередко вызывают заметные затруднения у школьников. Поэтому следует шире использовать не только упражнения, в которых требуется найти значения величины при данных значениях параметров, но и задания, в которых требуется выразить одну переменную через другие.

1.7.4 Время наполнение бункера комбайна вычисляется по формуле:

$$T=\frac{P}{10^{-3}bhv}$$

Где b- ширина рабочего захвата

h- урожайность

V- скорость

p- емкость бункера.

Вычислите время наполнения бункера комбайна при средней урожайности 25 ц/га.
Остальные значения учащиеся находят в таблице.

1 ряд для комбайна СК - 5 «НИВА»

2 ряд для комбайна СКД – 6 «СИБИРЯК»

3 ряд для комбайна СК- 6П «КОЛОС»

Технические характеристики комбайнов.

Технические характеристики	СКД -6 «Сибиряк»	СК -5 «Нива»	СК – 6П «Колос»
Ширина захвата, м	5,0	4,1	6,0
Ёмкость бункера, $м^3$	4,5	3,0	3,0
Скорость движениякм/ч	до 18,7	до 18,7	до 9,6
Производительность при урожайности 25 ц/га, га/ч	3,5 -4,5	2,8 -3,0	3,5 – 4,5

1.7.5 Скошенная хлебная масса, поступающая с 1га в молотилку комбайна, определяется по формуле
m =h(1+σ),
Где h-урожайность убираемой культуры, ц/га ;σ-отношение соломы к зерну по весу в хлебной массе. Вычислите m, если h=25ц/га , σ=1,6.
Решение   m=25*2,6=65 ц/га.
7.1.6   Себестоимость 1ц зерна определяется по формуле$C = \frac{S-P}{M}$

Где: S – общая сумма затрат на данную культуру; M – выход основной продукции (ц); P – реализованная стоимость побочной продукции (полова, солома).

Найдите себестоимость 1ц пшеницы в совхозе, который собрал 2500ц пшеницы при общих затратах на неё 22000 руб., получив на 2000 руб. побочной продукции?

Ответ: 8 руб.

1.7.6 Скошенная хлебная масса, поступающая с 1га в молотилку комбайна, определяется по формуле m=n(l+g), где h – урожайность ц/га; g – отношение соломы к зерну по весу в хлебной массе.

Вычислить m, если h=25 ц/га, g – 1,6

Ответ: 65ц/га.

1.7.7 Выход муки при размоле пшеницы 80%. При выпечке хлеба получается припек 40%. С какой площади нужно собрать пшеницу при урожайности 15ц/га, чтобы получить 1кг. хлеба?

Решение:0,8*1,4х=1000

1,12х=1000

х=892. Где х – грамм муки взяли.

При урожайности 15ц/га можно собрать 150 г с 1 м^2. Следовательно 892 г с 892:150=6 м^2.

Ответ: 6 м^2.

1.7.8 Сменная производительность тракторного плуга вычисляется по формуле: $\omega = 0.1bn\vartheta ft$,

Где $\omega -$ производительность плуга, га ;b-ширина рабочего захвата одного корпуса плуга, м; n- число корпусов плуга; ϑ-рабочая скорость трактора, км/ч; f- коэффициент использования времени; t-продолжительность смены, ч. Вычислите сменную производительность пятикорпусного плуга ПЛН5-35, ширина захвата каждого корпуса составляет 0,35 м, если средняя скорость трактора ДТ-75, работающего на четвёртой передаче, составляет 6,5 км/ч, коэффициент использования времени равен 0,88, а продолжительность смены 8 ч.

Решение $\omega = 0.1 \cdot 0{,}35 \cdot 5 \cdot 6{,}5 \cdot 0{,}88 \cdot 8 = 8$ *га.*

Ответ: 8 га.

1.7.9Одна полеводческая бригада колхоза с площади 752 га собрала 16007 ц пшеницы, а другая с площади 586 га – 13958 ц. Выясните, какая бригада добилась лучших результатов работы.

1.7.10 Поле имеет форму прямоугольника, основание которого 840 м, а высота 320 м.Через поле под углом, примерно 50^0 к основанию, проходит дорога , ширина которой 7 м. Найдите посевную площадь поля .

Список используемой литературы

1. *Петров В.А.*. Преподавание математики в сельской школе. – М.: Просвещение, 1986.
2. *Шапиро И.М.*. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. – М.: Просвещение, 1990.
3. *Алёшина Т.Н.*. Урок математики: применение дидактических материалов с профессиональной направленностью. – М.: Высшая школа, 1991.
4. *Данко П*.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: ОНИКС 21 век, 2002.